Jérémie Béliveau-Lefebvre – 04 494 470

Sébastien Leblanc – 18 206 273

TP2 - solution

1. La régression linéaire est donné par la formule suivante :

Nous voulons prouver avec l’aide de la représentation duale, que la solution de type maximum à postériori de cette équation est la suivante :

Nous devons d’abord trouver le gardient de et le rendre à 0 soit :

soit

<=>

par dérivation

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

Nous pouvons combiner des termes de cet expressions comme suit :

Où

Au lieu de travailler avec le paramètre w, nous pouvons travailler avec le paramètre , et le susbtituer dans J(w), ce qui donnerait et que nous nommeront J(a) et se décrit comme ceci :

par définition

<=>

par changement matriciel

<=>

arythmétique

<=>

arythmétique

<=>

distributivité

Où

Si nous définissons la matrice de Gram comme suit : , laquelle est une matrice NxN avec comme éléments :

La formule suivante devient :

Pour trouver les maximum et minimum, nous devons mettre le gradient J(a) à 0, ce qui donne :

définition

<=>

par dérivation

<=>

arythmétique

<=>

arythmétique

<=>

arythmétique

Si nous subtituons cette expression dans le modèle de régression linéaire, nous trouvons que :

puisque

<=>

arythmétique

<=>

arythmétique

<=>

par définition de a

<=>

arythmétique

Puisque , nous pourrions définir un vecteur tel que : k(x) avec n élément tel que . Nous aurons donc l’expression suivante et finale :

CQFD

1. Nous devons prouver que l’expression suivante est un noyau valide, sachant que et sont des noyaux valides :

<=>

par définition

<=>

par déduction matricielle

<=>

par définition

<=>

par définition

<=>

puisque

Ainsi, est un noyau valide

CQFD